

Introdução à Aprendizagem Estatística com Modelos de Mistura De Gaussianas

Prof. Dr. Hemerson Pistori

**INOVISAO – Pesquisa, Desenvolvimento e Inovação em
Visão Computacional**

**Universidade Católica Dom Bosco – UCDB
Campo Grande, MS Brasil**



Sumário

- **Algoritmo trivial:** cálculo de média e distância Euclidiana
- **Limitações** do algoritmo trivial
- **Algoritmo menos trivial:** cálculo de média, matriz de variância e co-variância, distância de Mahalanobis
- **Limitações** do algoritmo menos trivial
- **Distribuições paramétricas, semi-paramétricas e não-paramétricas**
- **Modelos de Mistura de Gaussianas**

Algoritmo Trivial: Média e Euclidiana



VIÁVEIS: 5,4,6,4,5,4,4,2,4,4,5,1,5
MÉDIA = 4

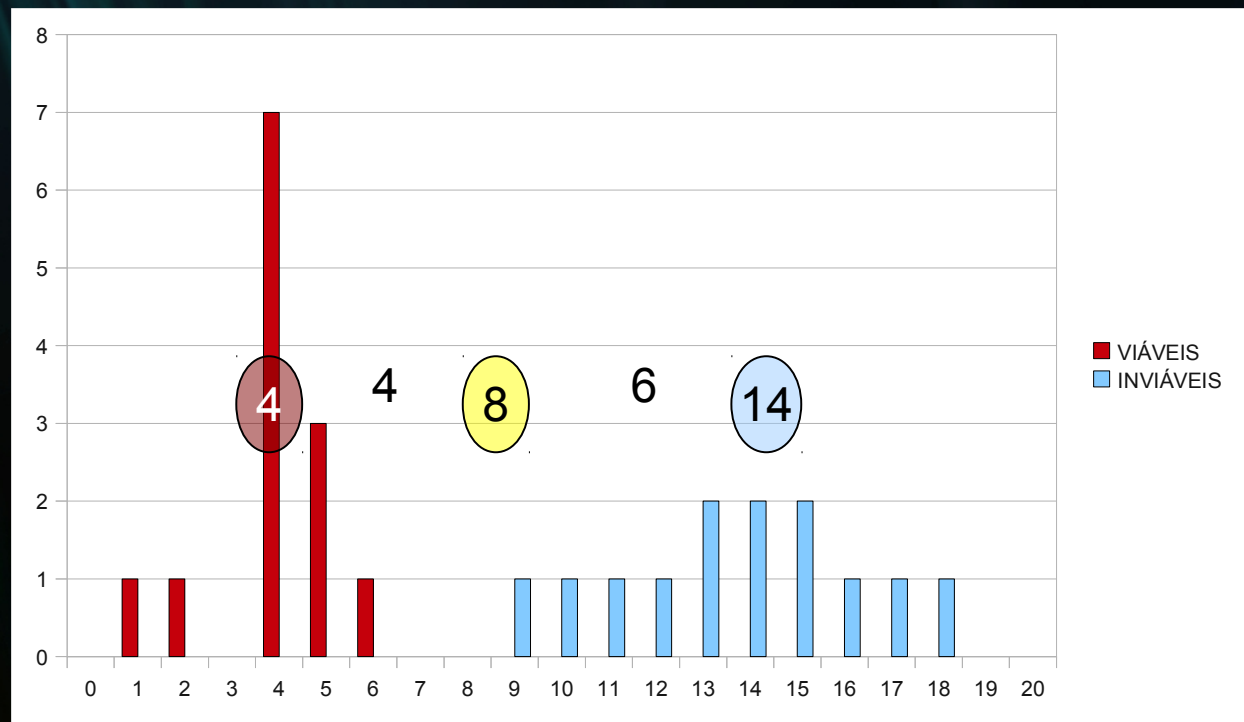
INVIÁVEIS: 13,13,12,1,15,15,18,14,17,10,11,16,9
MÉDIA = 14

$$\sqrt{(x - \mu)^2}$$

TESTE:

2
18
4
5
13
8

Primeira
Limitação



Algoritmo Menos Trivial: Média, Desvio e Mahalanobis



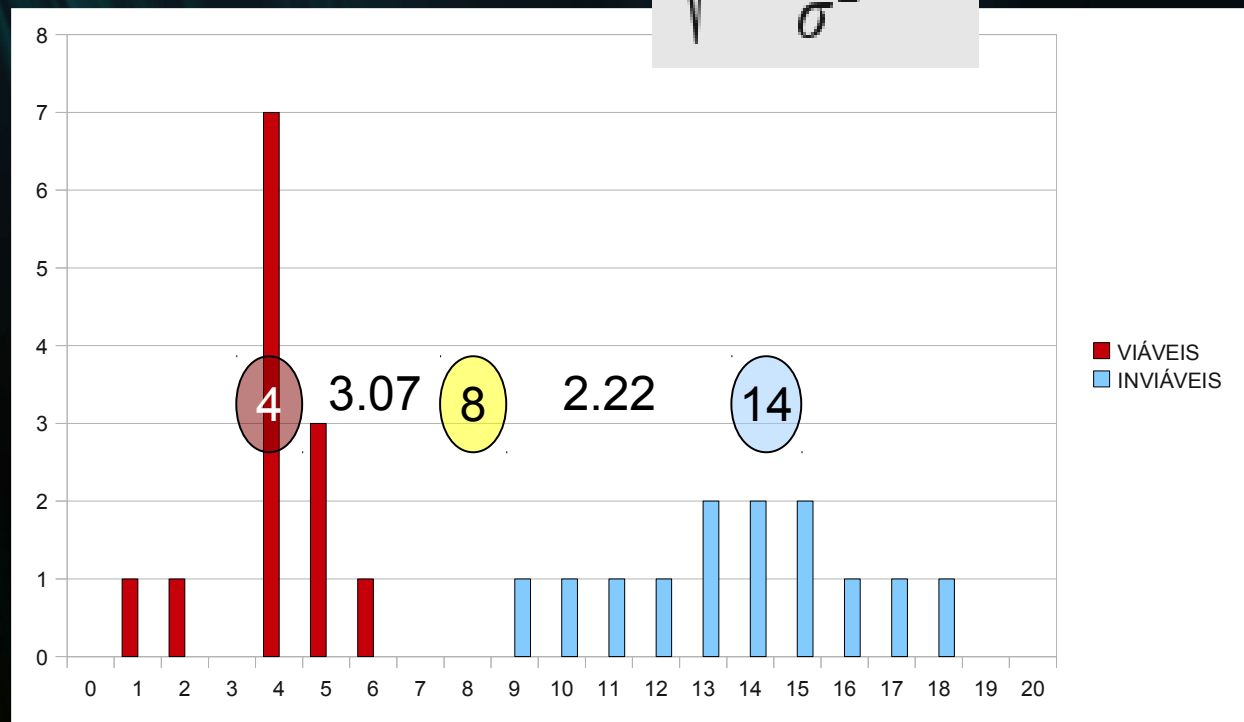
VIÁVEIS: 5,4,6,4,5,4,4,2,4,4,5,1,5
MÉDIA = 4 DESVIO = 1.3

INVIÁVEIS: 13,13,12,1,15,15,18,14,17,10,11,16,9
MÉDIA = 14 DESVIO = 2.7

$$\sqrt{\frac{|x - \mu|^2}{\sigma^2}}$$

TESTE:

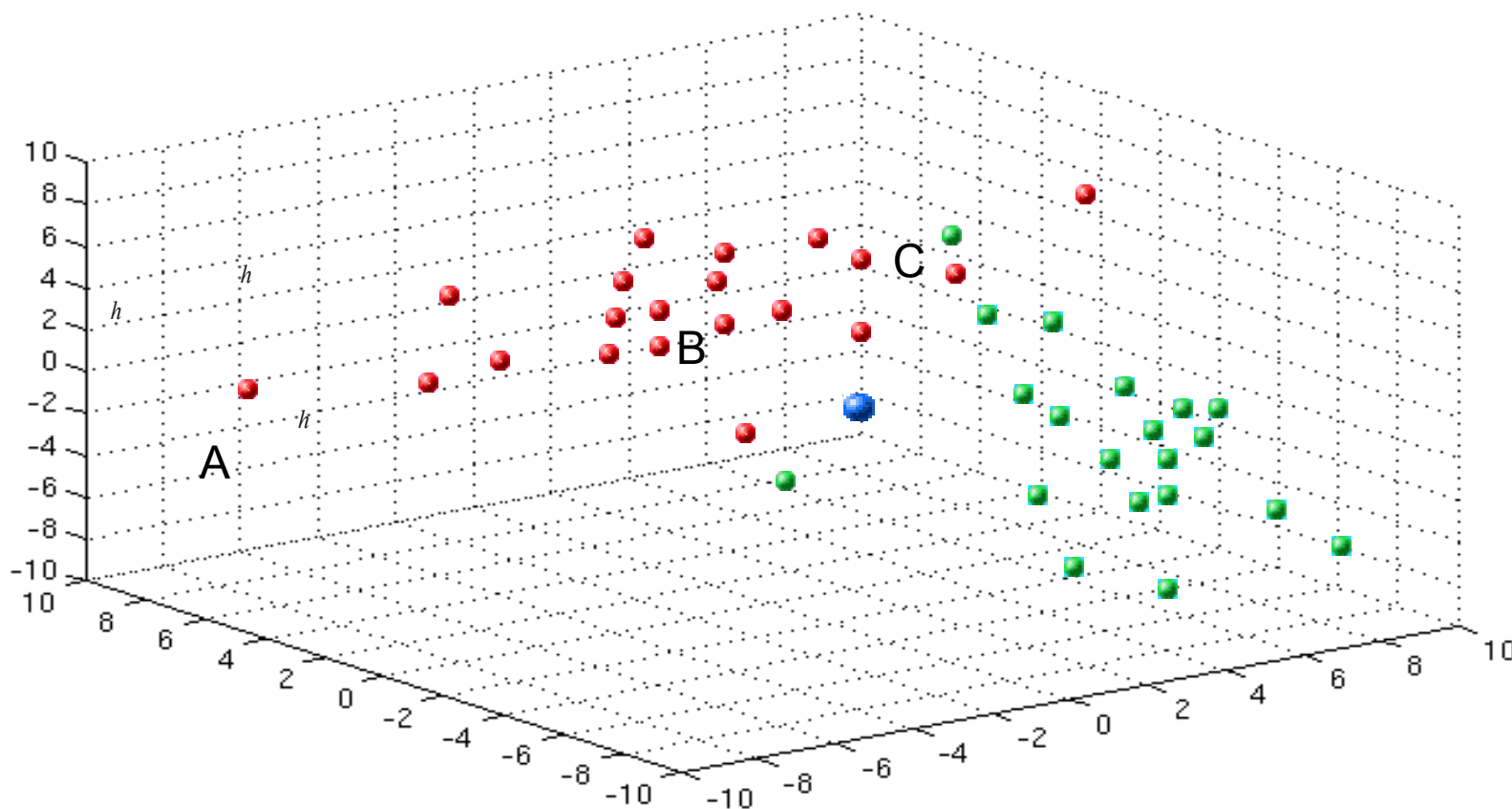
2
18
4
5
13
8



Alg. Menos Trivial: Média, Var-Covar e Mahalanobis

E quando uma única **medida** não é suficiente ?

(**característica / atributo / variável / dimensão**)



Alg. Menos Trivial: Média, Var-Covar e Mahalanobis

APRENDIZAGEM – TREINAMENTO

Média → Média Vetorial ($\vec{\mu}$)

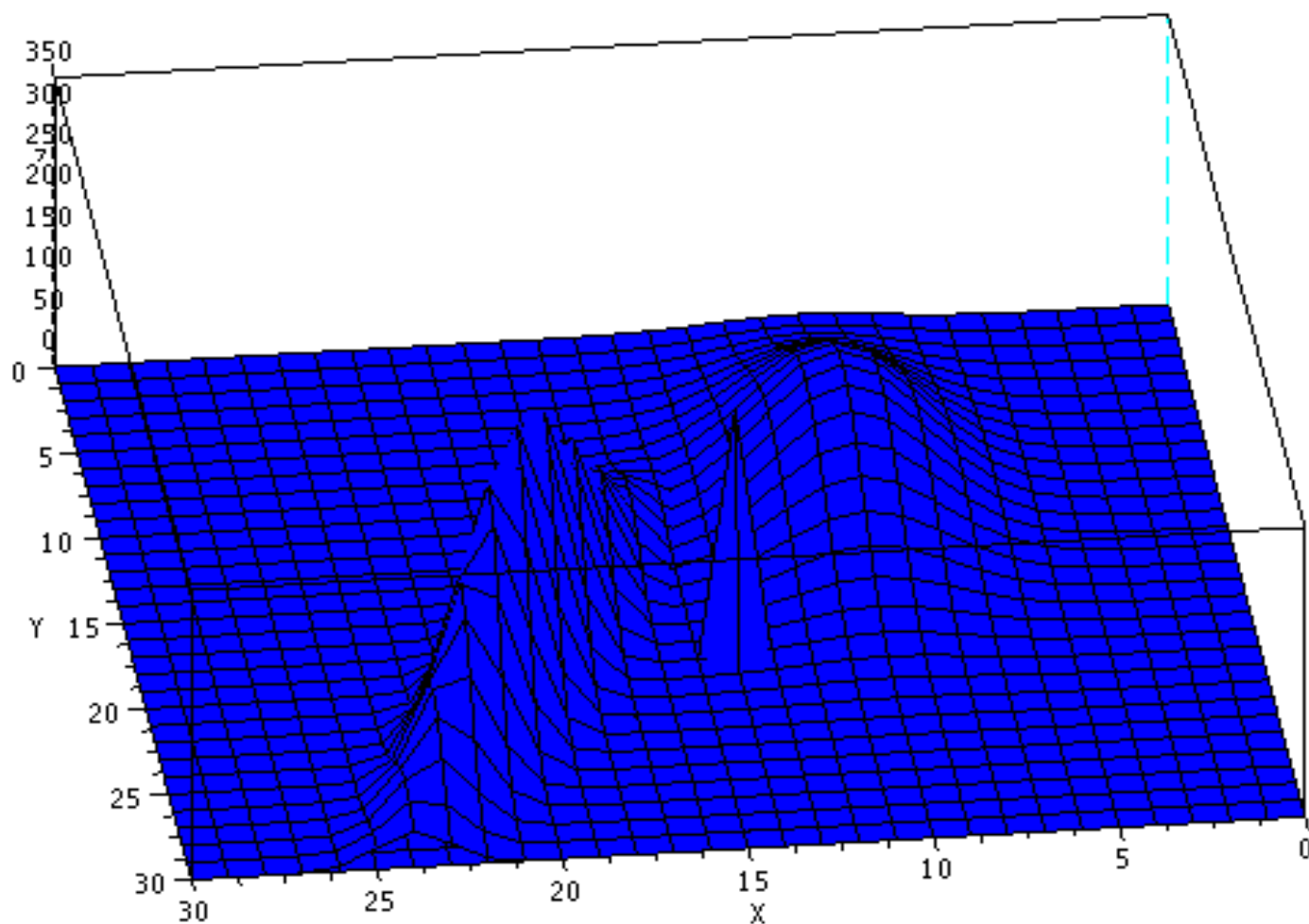
Desvio Padrão ao quadrado → Matriz de Variância e Covariância (Σ)

CLASSIFICAÇÃO - TESTE

$$\sqrt{\frac{(x - \mu)^2}{\sigma^2}} \rightarrow \sqrt{\frac{(\vec{x} - \vec{\mu})^2}{\Sigma}} \rightarrow \sqrt{(\vec{x} - \vec{\mu})^T \Sigma^{-1} (\vec{x} - \vec{\mu})}$$

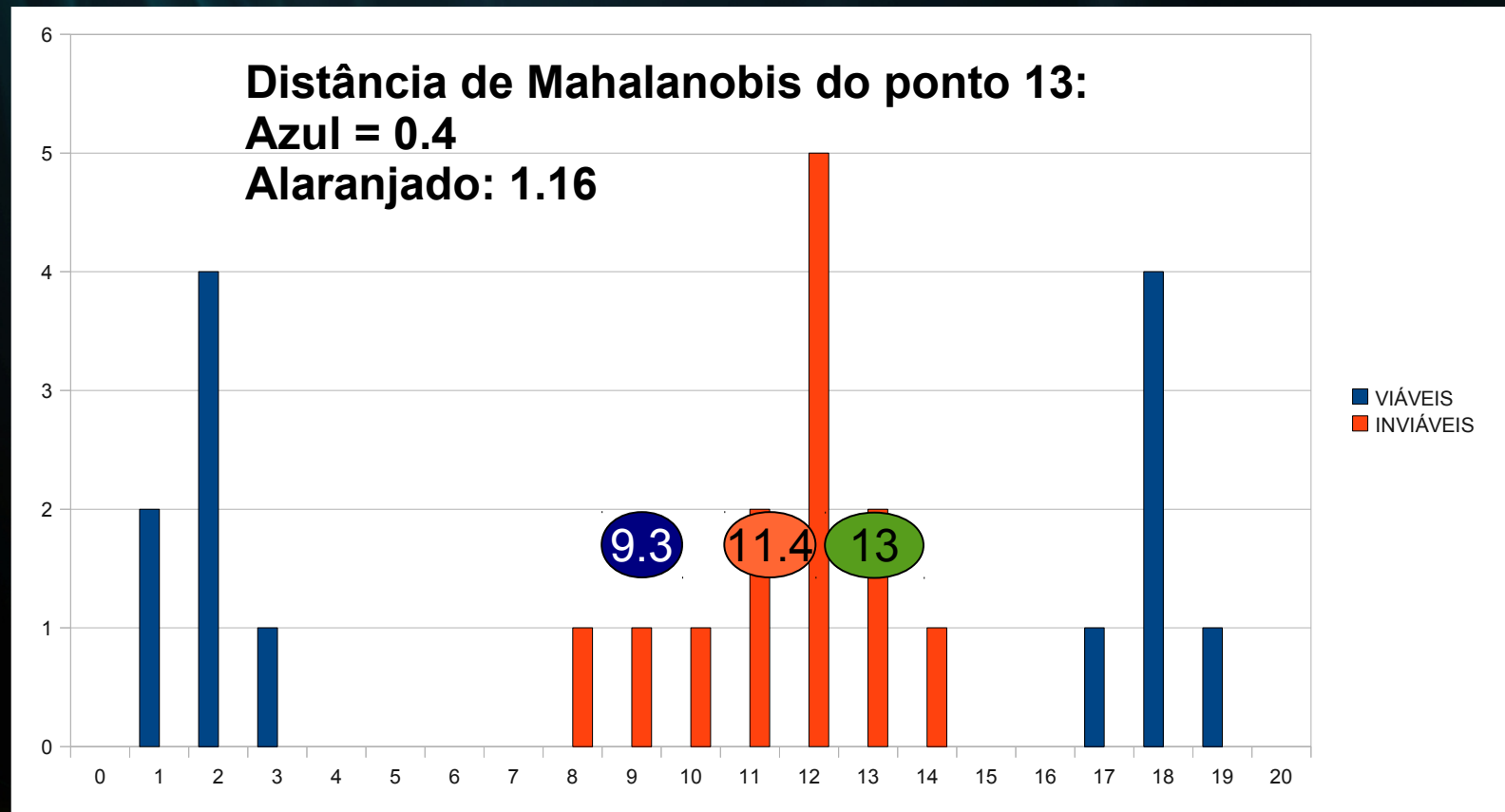
Alg. Menos Trivial: Média, Var-Covar e Mahalanobis

Scilab Script: www.gpec.ucdb.br/pistori → Ensino → Computer Vision →
Material de Apoio → Medidas de Similaridade



Algoritmo Menos Trivial: Limitações – Multimodal

VIÁVEIS	1	2	2	2	1	17	18	18	18	19	18	2	3
INVIÁVEIS	12	12	11	12	9	14	10	12	11	12	13	13	8



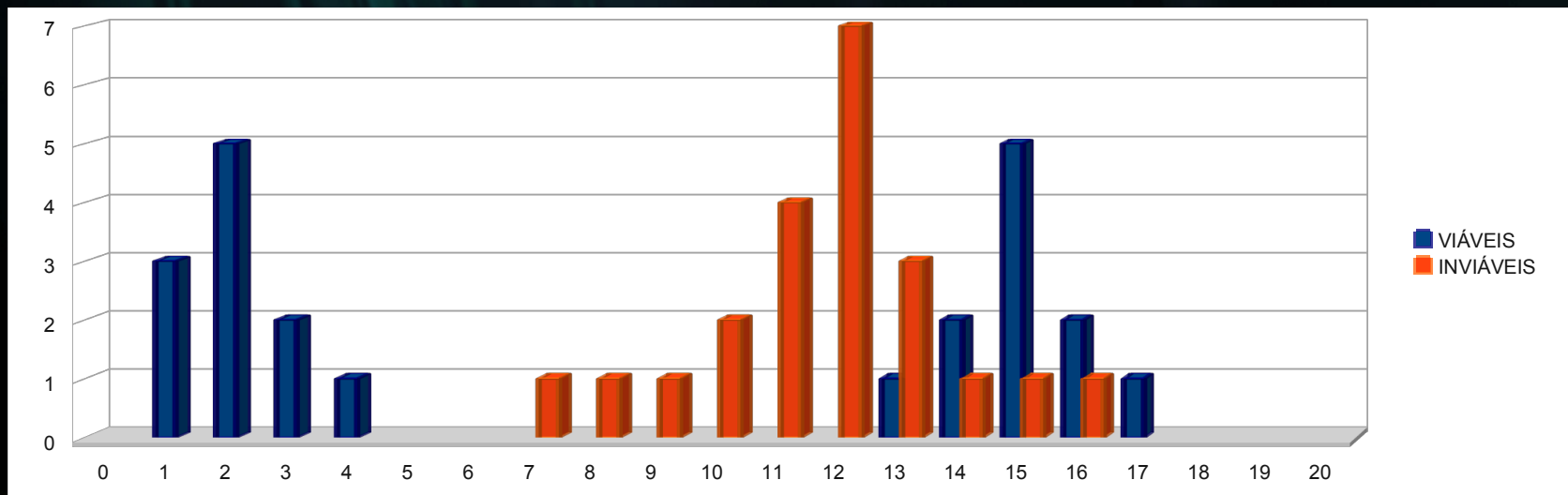
Modelos Não Paramétricos - Histogramas

APRENDIZAGEM – TREINAMENTO

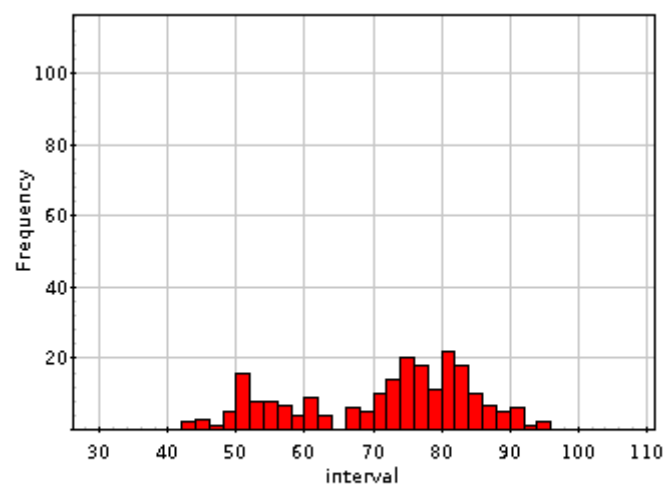
- Gerar histograma (contar e armazenar)

CLASSIFICAÇÃO – TESTE

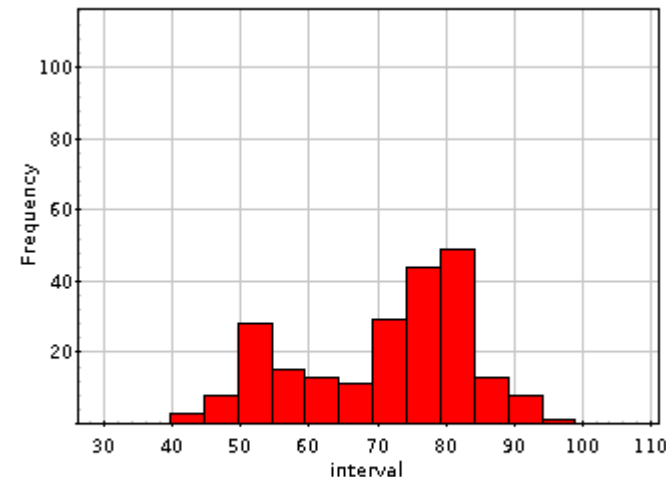
- Identificar bin que “contém” a amostra a ser classificada
- Retornar classe com “bin mais alto”



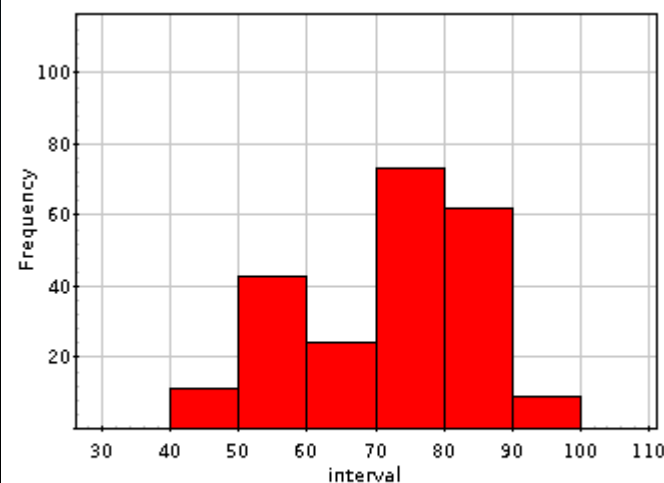
Modelos Não Paramétricos - Histogramas



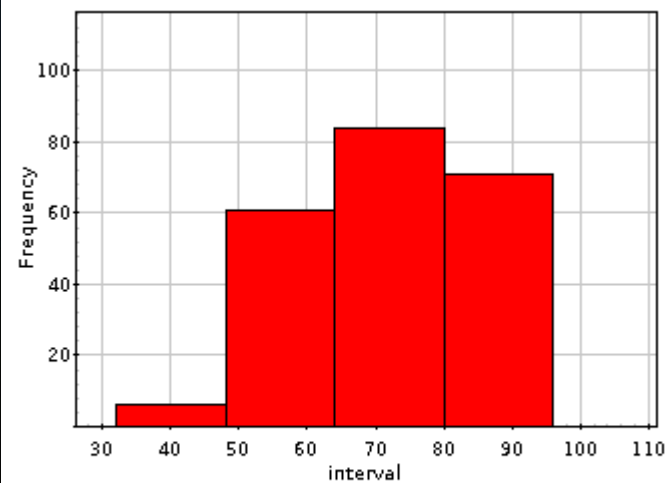
Bin Width: 2.00



Bin Width: 4.95

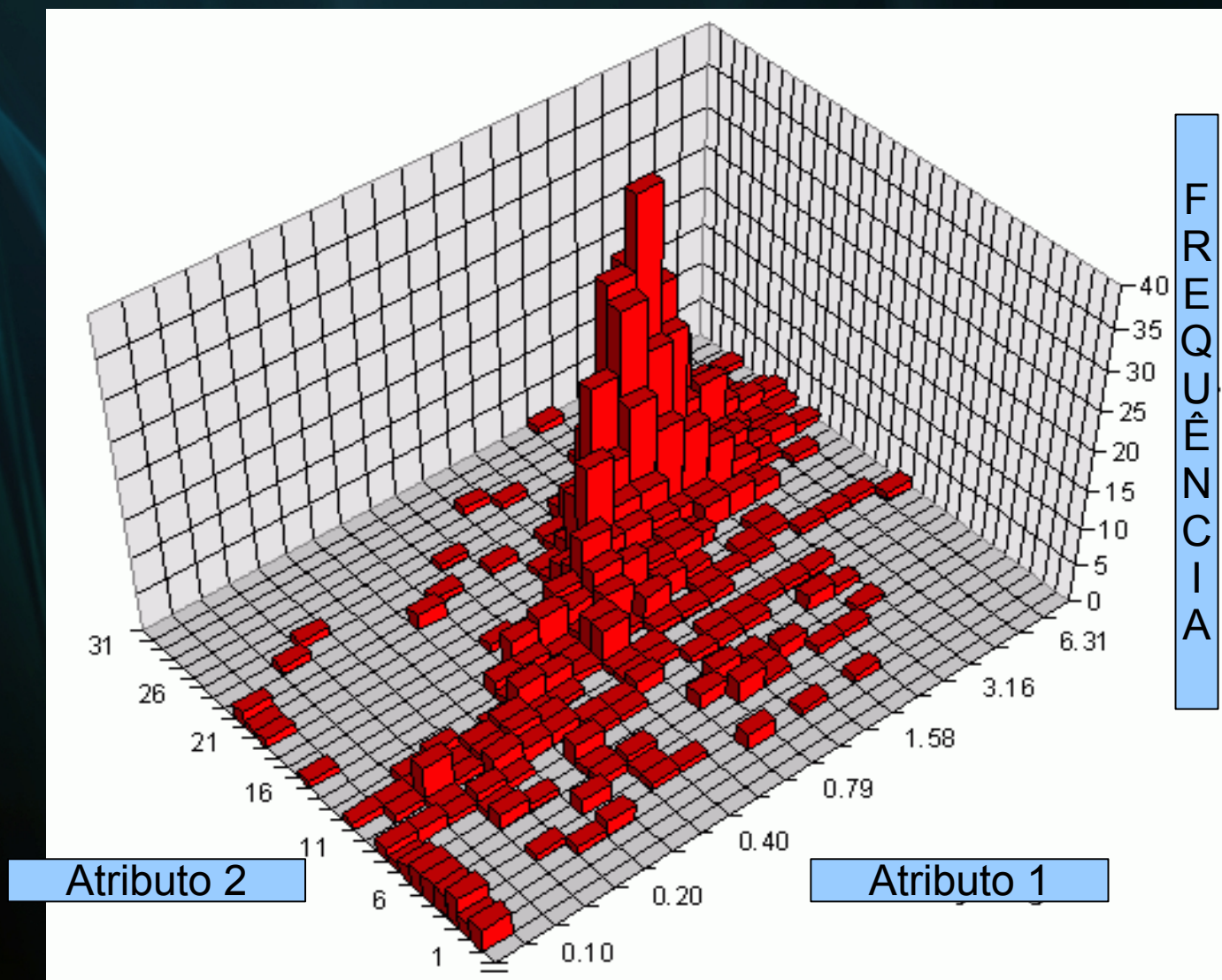


Bin Width: 10.00



Bin Width: 16.00

Modelos Não Paramétricos - Histogramas



Modelos Semi-Paramétricos

Paramétricos (E.g: Gaussiana):

Negativo: assume uma forma pré-determinado para a distribuição

Positivo: exige menos espaço de armazenamento

Não-paramétricos (E.g: Histograma):

Negativo: exige mais espaço de armazenamento e overfitting

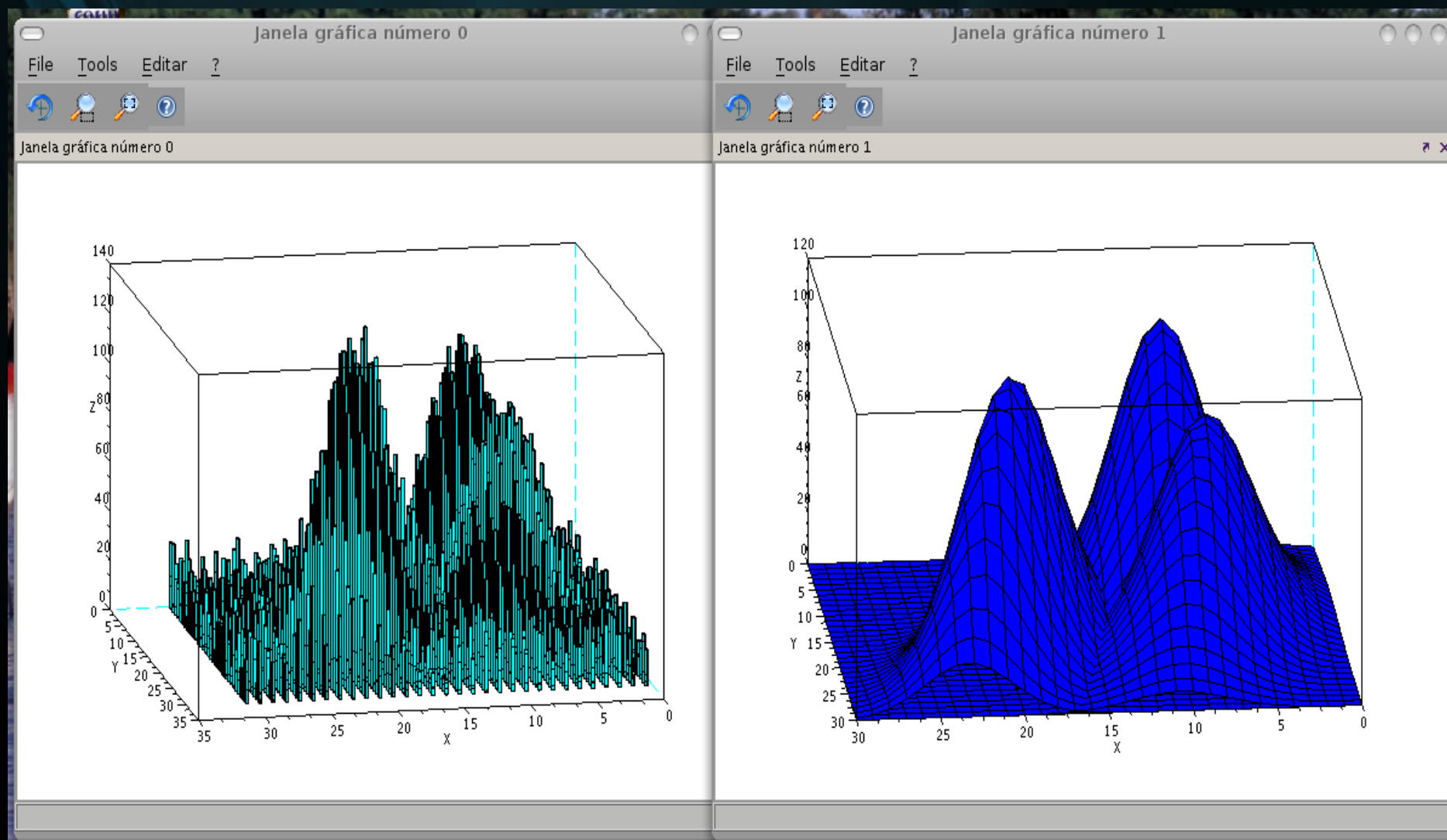
Positivo: não assume forma pré-determinada

Semi-paramétricos (E.g: Modelos de Mistura de Gaussianas)

Busca “o melhor dos dois mundos”

Flexibilidade sem muito custo em memória

Modelo de Mistura de Gaussianas



Modelo de Mistura de Gaussianas

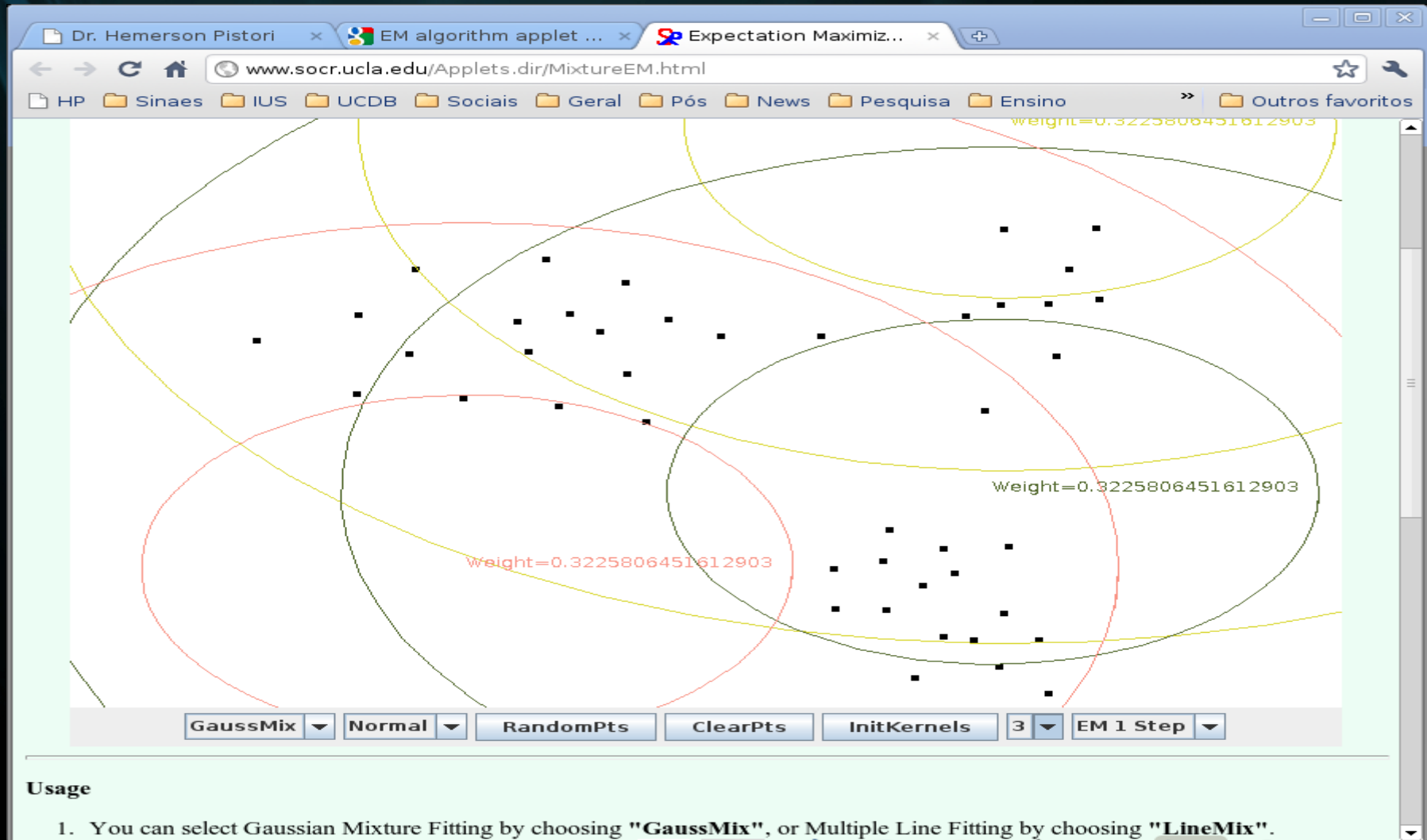
PROBLEMAS:

- Não temos informações sobre qual Gaussiana gera que amostra
- Não é possível aplicar formulas fechadas (como nos algoritmos triviais)
- Não basta realizar contagens simples (como no caso do histograma)

SOLUÇÃO:

- Algoritmos de melhoramento iterativo: chutar uma primeira resposta e ir melhorando a resposta até que um determinado critérios de parada seja atingido.
- Problema de máximo local
- Algoritmo muito utilizado: Expectation-Maximization (EM)

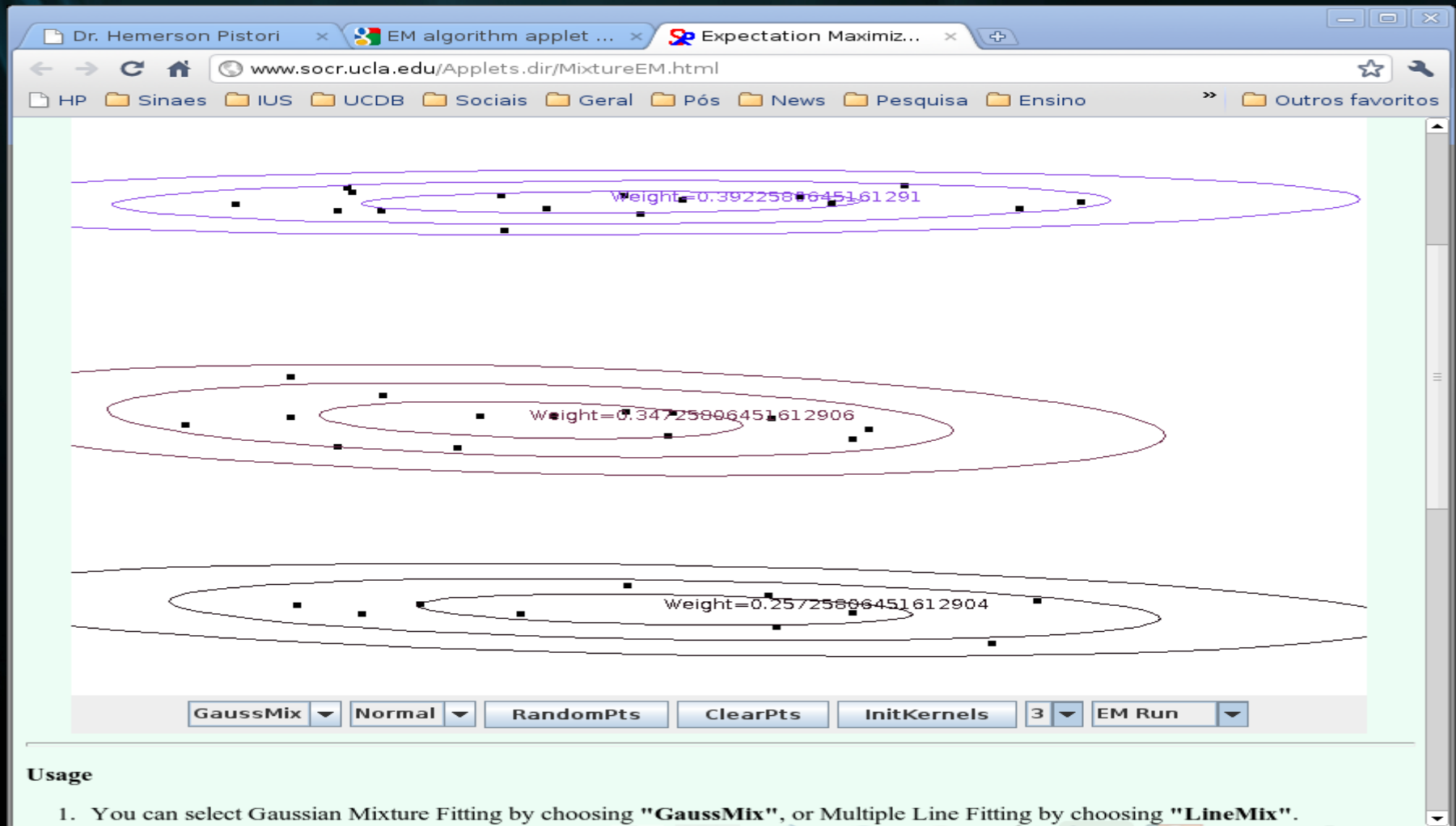
Modelo de Mistura de Gaussianas _EM



Applet da UCLA ilustrando funcionamento do EM

<http://www.socr.ucla.edu/Applets.dir/MixtureEM.html>

Modelo de Mistura de Gaussianas _EM

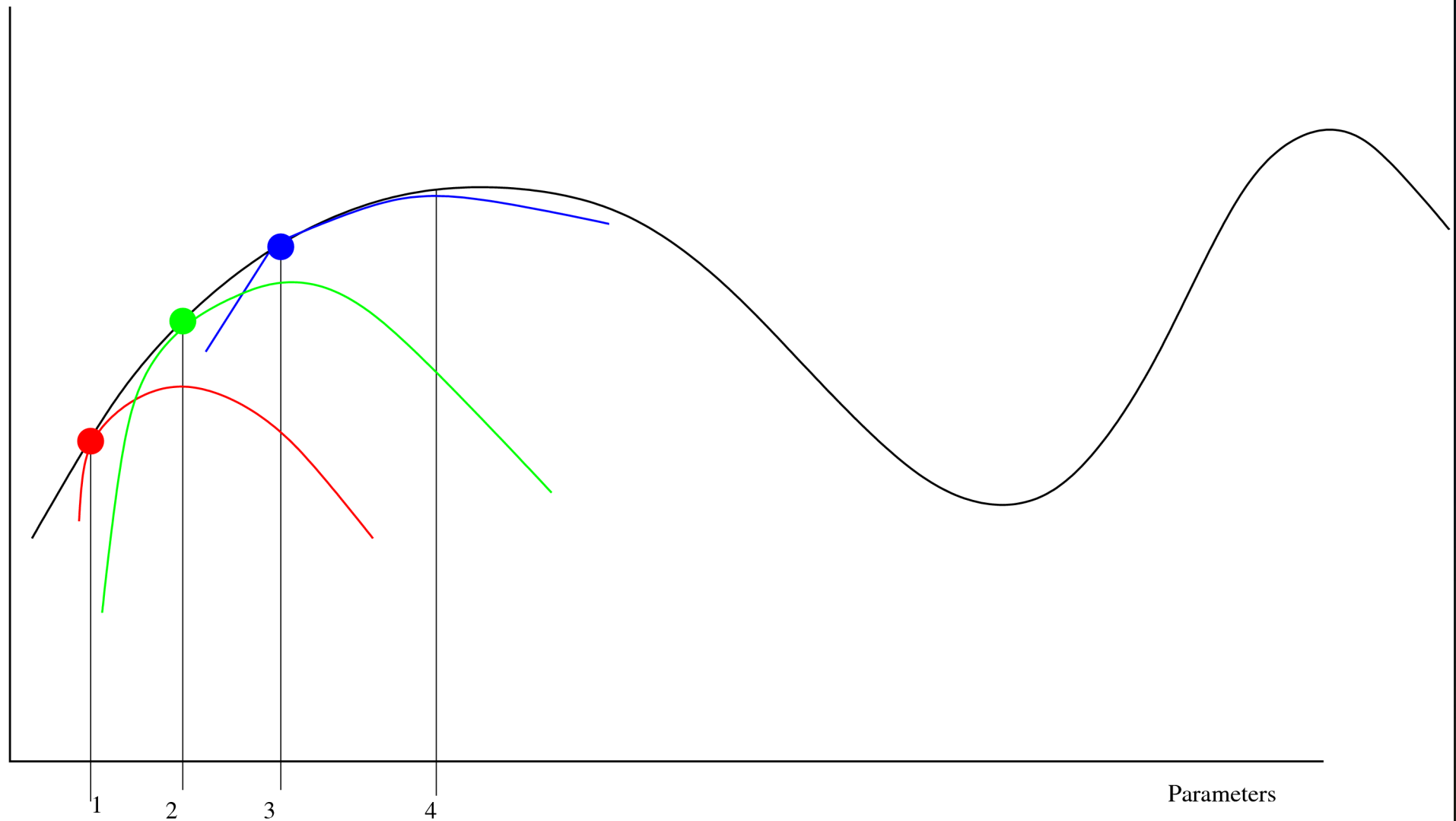


Applet da UCLA ilustrando funcionamento do EM

<http://www.socr.ucla.edu/Applets.dir/MixtureEM.html>

EM – Como Lower-Bound Optimization

Likelihood



Modelo de Mistura de Gaussiana – Mapa Contencual

